**1. 计算曲线积分,其中*L*为圆周(*x*−1)2+*y*2=2, *L*的方向为逆时针方向.解 , . 当*x*2+*y*2≠0时**

**.**

**在*L*内作逆时针方向的*ε*小圆周**

***l* : *x*=*ε*cos*θ*, *y*=*ε*sin*θ*(0≤*θ*≤2*π*),**

**在以*L*和*l*为边界的闭区域*Dε*上利用格林公式得**

**,**

**即 .**

**因此 .**

**2. 验证下列*P*(*x*, *y*)*dx*+*Q*(*x*, *y*)*dy*在整个*xOy*平面内是某一函数*u*(*x*, *y*)的全微分, 并求这样的一个*u*(*x*, *y*):**

**(1)4sin *x*sin3*y* cos*xdx*–3cos3*y* cos2*xdy***

**解 因为, 所以*P*(*x*, *y*)*dx*+*Q*(*x*, *y*)*dy*是某个**

**定义在整个*xOy*平面内的函数*u*(*x*, *y*)的全微分.**

****

**.**

**(2)**

**解 因为, 所以*P*(*x*, *y*)*dx*+*Q*(*x*, *y*)*dy*是某个定**

**义在整个*xOy*平面内的函数*u*(*x*, *y*)的全微分.**

****

****

**.**

**(3)**

**解 因为, 所以*P*(*x*, *y*)*dx*+*Q*(*x*, *y*)*dy*是**

**某个函数*u*(*x*, *y*)的全微分**

****

**.**

**3确定常数，使得在右半平面上，**

**与积分路径无关，并求其一个原函数**

**解 令**

**则 ，**

**由已知条件得，即有，所以**

**所求的一个原函数为 ：**

****

****

**4. 利用高斯公式计算曲面积分:**

**(1),其中Σ为平面*x*=0, *y*=0, *z*=0, *x*=1, *y*=1, *z*=1所围成的立体的全表面的外侧.**

**解 由高斯公式**

**原式**

**.**

**(2), 其中Σ为上半球体*x*2+*y*2≤*a*2, 的表面外侧;**

**解 由高斯公式**

**原式**

**.**

**(3)其中Σ界于*z*=0和*z*=3之间的圆柱体*x*2+*y*2≤9的整个表面的外侧;**

**解 由高斯公式**

**原式.**

**(4)计算，其中是 的外侧.**

**解 作辅助曲面 ，上侧，则由Gauss公式得：**

**+=**

**=**

**=**

****

**(5), 其中Σ为曲面(*z*≥0)的上侧;**

**解 这里, , , 其中.**

**, , ,**

**.**

**为了应用高斯公式，补充两个曲面**

** 以原点为球心，1为半径的上半球面的下侧，**

**，介于圆和椭圆之间，取下侧，**

**在所围成的空间闭区域上应用高斯公式，得**

**，**

**而，，**

**对积分，再补充一个曲面，这里，取上侧，则围成一个空间闭区域，设其为，在上应用高斯公式，得**

**，**

**故 **

**5. 利用斯托克斯公式, 计算下列曲线积分:**

**(1), 其中Γ为圆周*x*2+*y*2+*z*2=*a*2, , 若从*z*轴的正向看去, 这圆周取逆时针方向;**

**解 设Σ为平面*x*+*y*+*z*=0上Γ所围成的部分, 则Σ上侧的单位法向量为**

**.**

**于是 **

**.**

**提示: 表示Σ的面积, Σ是半径为*a*的圆.**

**(2), 其中Γ为椭圆*x*2+*y*2=*a*2, (*a*>0, *b*>0), 若从*x*轴正向看去, 这椭圆取逆时针方向;**

**解 设Σ为平面上Γ所围成的部分, 则Σ上侧的单位法向量为**

**.**

**于是 **

****

**.**

**提示: Σ(即)的面积元素为.**

**(3), 其中Γ为圆周*x*2+*y*2=2*z*, *z*=2, 若从*z*轴的正向看去, 这圆周是取逆时针方向;**

**解 设Σ为平面*z*=2上Γ所围成的部分的上侧, 则**

****

**.**

**(4), 其中Γ为圆周*x*2+*y*2+*z*2=9, *z*=0, 若从*z*轴的正向看去, 这圆周是取逆时针方向.**

**解 设Σ为*xOy*面上的圆*x*2+*y*2≤9的上侧, 则**

****

**.**